

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра моделювання складних систем

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана

з навчальної роботи

\_\_\_\_\_ Людмила ОМЕЛЬЧУК

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Диференціальні рівняння**

для студентів

галузь знань 12 «Інформаційні технології»

спеціальність 124 «Системний аналіз»

освітній рівень бакалавр

освітня програма «Системний аналіз»

вид дисципліни **обов'язкова**

Форма навчання

**денна**

Навчальний рік

**2024/2025**

Семестри

**3, 4**

Кількість кредитів ECTS

**8**

Мова викладання, навчання

та оцінювання

**українська**

Форма заключного контролю

**іспити**

Викладачі: **к.ф.-м.н., доц. Марина КОРОБОВА** (лекції та практичні заняття)

**д.ф., ас. Ярослав ТРОЦЕНКО** (практичні заняття)

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» 20\_\_ р.

(підпис, ПІБ, дата)

Розробник: Марина КОРОБОВА, к. фіз.-мат. н., доцент кафедри моделювання складних систем

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри моделювання складних систем

\_\_\_\_\_ Дмитро ЧЕРНІЙ

Протокол № \_\_\_\_ від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 р.

Схвалено. Гарант освітньо-професійної програми першого рівня вищої освіти "Системний аналіз" \_\_\_\_\_ Михайло ШАРАПОВ

Протокол від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року № \_\_\_\_

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Тетяна КАРНАУХ

(підпис)

**1. Мета дисципліни:** засвоєння основних теоретичних положень та опанування методів розв'язання звичайних диференціальних рівнянь, систем диференціальних рівнянь, постановкою та розв'язуванням задачі Коші та крайової задачі, ознайомлення з методами дослідження стійкості та основами варіаційного числення.

## **2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни.**

Для успішного вивчення дисципліни «Диференціальні рівняння» академічний рівень студента повинен відповідати таким вимогам:

1. *Знати:* основні розділи з математичного аналізу, методів оптимізації функцій, алгебри та аналітичної геометрії.

2. *Вміти:* знаходити похідні, обчислювати інтеграли, досліджувати функції на екстремум, розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь з параметрами.

3. *Володіти:* методами матричної алгебри, навичками помічати похідні та первісні від основних математичних функцій у різних математичних виразах; складати системи алгебраїчних рівнянь; методами обчислень коренів многочленів.

## **3. Анотація навчальної дисципліни.**

Навчальна дисципліна «Диференціальні рівняння» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за бакалаврським рівнем вищої освіти галузі знань 12 Інформаційні технології в рамках освітньо-професійної програми «Системний аналіз».

Дисципліна належить до переліку обов'язкових навчальних дисциплін. Викладається у 3 та 4 семестрах в обсязі 240 годин – 120 годин у 3 та 120 годин у 4 семестрі, (8 кредитів ECTS). Зокрема, лекції – 28 та 28 години, відповідно; консультації – 2 години; практичні заняття – 28 та 28 години, відповідно; самостійна робота – 62 та 64 годин. У курсі передбачено 4 змістовні частини та 4 контрольні роботи. У кожному семестрі дисципліна закінчується іспитом.

## **4. Завдання (навчальні цілі).**

Основними завданнями дисципліни «Диференціальні рівняння» є набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) відповідно до кваліфікації «бакалавр із системного аналізу». Зокрема, розвивати:

- K01: здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- K03: здатність планувати та управляти часом;
- K05: здатність спілкуватися державною мовою усно, так і письмово;
- K14: здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт;
- K17: здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем;
- K18: здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів;
- K25: здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі;
- K26: здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них;
- K27: здатність системно аналізувати свою професійну і соціальну діяльність, оцінювати накопичений досвід.

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
PH.1.1	Знати методи розв'язування ДР першого порядку, розв'язаних та не розв'язаних відносно похідної.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання, контрольна робота, іспити	10%
PH1.2	Знати математичні методи розв'язування ДР вищих порядків та крайових задач.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання, контрольна робота, іспити	20%
PH1.3	Знати методи розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь та дослідження стійкості їх розв'язків і формулювання основних теорем.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання, контрольна робота, іспити	20%
PH1.4	Знати методи розв'язування лінійних рівнянь першого порядку з частинними похідними та дослідження функціоналів на екстремум.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання, контрольна робота, іспити	10%
PH2.1	Вміти правильно використовувати методи теорії ДР в задачах механіки, біології, економіки, керування, вибрати системний підхід до побудови динамічних моделей.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання	10%
PH2.2	Вміти правильно застосовувати методи теорії диференціальних рівнянь до розв'язання прикладних задач.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання	10%
PH3.1	Обґрунтовувати власний погляд на задачу, спілкуватися з колегами з питань розв'язування задач, складати письмові звіти.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Поточне оцінювання, іспити	10%
PH4.1	Організувати свою самостійну роботу для досягнення результату.	Самостійна робота	Поточне оцінювання	10%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання.

Результати навчання дисципліни Програмні результати навчання	PH	PH	PH	PH	PH	PH	PH	PH
	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	4.1
<i>(з опису освітньої програми)</i>								
<b>ПРО1.</b> Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.	+	+	+	+	+	+		

<b>ПР04.</b> Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.	+	+	+	+				
<b>ПР06.</b> Знати та вміти застосовувати основні методи постановки та вирішення задач системного аналізу в умовах невизначеності цілей, зовнішніх умов та конфліктів.					+	+		
<b>ПР13.</b> Проектувати, реалізовувати, тестувати, впроваджувати, супроводжувати, експлуатувати програмні засоби роботи з даними і знаннями в комп'ютерних системах і мережах.					+	+	+	+
<b>ПР15.</b> Розуміти українську та іноземну мови на рівні, достатньому для обробки фахових інформаційно-літературних джерел, професійного усного і письмового спілкування, написання текстів за фаховою тематикою.					+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1 Форми оцінювання студентів:

#### Семестрове оцінювання:

Максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: **60 балів:**

1. Контрольна робота 1 з першої теми: РН1.1 – 20/12 балів.
2. Контрольна робота 2 з другої теми: РН1.2 – 20/12 балів.
3. Поточне оцінювання: РН1.1, РН1.2, РН2.2, РН3.1 – 20/12 балів.
4. Контрольна робота 3 з третьої теми: РН1.3 – 20/12 балів.
5. Контрольна робота 4 з четвертої теми: РН1.4 – 20/12 балів.
6. Поточне оцінювання: РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН4.1 – 20/12 балів.

#### Підсумкове оцінювання у формі іспиту:

- Максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: **40 балів.**
- Результати навчання, які будуть оцінюватись: РН 1.1, РН 1.2, РН 1.3, РН 1.4, РН 3.1.
- Форма проведення: письмова робота.
- Види завдань: 5 письмових завдань (2 теоретичних питання та 3 практичні завдання).
- **Студент отримує загальну позитивну оцінку з дисципліни, якщо його оцінка за іспит становить не менше ніж 24 бали.**
- **Студент допускається до іспиту, якщо протягом семестру він:**
  - набрав не менше ніж 36 балів;
  - виконав і вчасно здав мінімум 2 (дві) контрольні роботи.

### Критерії оцінювання на іспитах

Завдання	Тема завдання	Максимальний відсоток від 40 балів	Всього балів
Завдання 1	Питання з теоретичного матеріалу	20 %	8
Завдання 2		20 %	8
Завдання 3	Практичне завдання на основі теоретичного матеріалу	20 %	8
Завдання 4		20 %	8
Завдання 5		20 %	8

Питання на іспитах відповідають темам лекційних занять відповідного семестру.

Завдання контрольних робіт відповідають змісту практичних занять відповідної частини.

## 7.2 Організація оцінювання

### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 8 тижня III семестру включно.
2. Контрольна робота 2: до 14 тижня III семестру включно.
3. Контрольна робота 3: до 8 тижня IV семестру включно.
4. Контрольна робота 4: до 14 тижня IV семестру включно.

Студенти мають право на одне перескладання кожної контрольної роботи у визначений викладачем термін із можливістю отримання максимально 80 % початково визначених за цю контрольну роботу балів.

У випадку відсутності студентів з поважних причин відпрацювання та перездачі контрольних робіт здійснюються у відповідності до «Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу» від 1 жовтня 2010 року.

У випадку встановлення фактів порушення студентами академічної доброчесності передбачених пунктом 9.8.2 «Положення про організацію освітнього процесу у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка», що діє від 07.05.2018, вони будуть притягнуті до відповідальності, передбаченої пунктом 9.8.3 цього положення.

## 7.3 Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59

## 8. Структура навчальної дисципліни.

### Тематичний план лекцій і практичних занять

№ п/п	Номер і назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
<b>Частина 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх розв'язування</b>				
1	<b>Вступ.</b> Приклади застосування диференціальних рівнянь та принципи побудови динамічних математичних моделей.	4		6
2	<b>Тема 1.</b> ДР першого порядку, розв'язані відносно похідної. Поняття диференціального рівняння, його порядок. Задача Коші. Поняття загального розв'язку. Частинні і особливі розв'язки. Два означення інтегралу. Інтегровані типи диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язаних відносно похідної. Інтегровальний множник.	6	10	10
3	<b>Тема 2.</b> Диференціальні рівняння першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Основні поняття та означення. Теорема про достатні умови існування і єдиності розв'язку. Знаходження кривих, підозрілих на особливий розв'язок. Типи рівнянь, які розв'язуються в квадратурах. Загальний метод введення параметру.	4	4	8
4	<b>Контрольна робота 1</b>	2		

<b>Частина 2. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків.</b>				
<b>Лінійні диференціальні рівняння. Крайові задачі</b>				
5	<b>Тема 3.</b> Диференціальні рівняння вищих порядків. Основні поняття та означення. Задача Коші. Достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Загальний розв'язок та загальний інтеграл, частинний та особливий розв'язки. Проміжні та перші інтеграли. Інтегрування і пониження порядку диференціальних рівнянь з вищими похідними.	2	4	6
6	<b>Тема 4.</b> Лінійні диференціальні рівняння $n$ -го порядку. Загальні властивості лінійних однорідних диференціальних рівнянь $n$ -ого порядку. Необхідні і достатні умови лінійної незалежності $n$ розв'язків лінійного однорідного рівняння $n$ -го порядку. Формула Остроградського-Ліувілля. Фундаментальна система розв'язків та її існування.	2		6
7	<b>Тема 5.</b> Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння. Структура загального розв'язку неоднорідного рівняння. Метод невизначених коефіцієнтів, метод варіації довільної сталої (Лагранжа), метод Коші знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння $n$ -ого порядку.	4	6	6
8	<b>Тема 6.</b> Лінійні диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами. Лінійні диференціальні рівняння $n$ -го порядку зі змінними коефіцієнтами, які зводяться до рівнянь з постійними коефіцієнтами (Ейлера, Лагранжа, Чебишова). Неоднорідні рівняння зі змінними коефіцієнтами.	2	2	8
9	<b>Тема 7.</b> Крайові задачі. Канонічні форми рівнянь. Методи зведення диференціальних рівнянь другого порядку до рівнянь, які не містять члена з першою похідною. Самоспряжені диференціальні оператори. Крайові задачі та крайові умови. Задача Штурма-Ліувілля. Функція Гріна.	2		12
10	<b>Контрольна робота 2</b>		2	
	<b>ВСЬОГО</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>62</b>

Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:

Лекцій – 28 год.,

Консультацій – 2 год.,

Практичних занять – 28 год.

Самостійної роботи – 62 год.

№ п/п	Номер і назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
<b>Частина 3. Системи звичайних диференціальних рівнянь.</b>				
<b>Системи в симетричній формі</b>				
11	<b>Тема 8.</b> Системи звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення. Задача Коші. Теореми про достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші та неперервну залежність розв'язку системи від початкових даних і параметрів. Загальний, частинний і особливий розв'язки. Інтеграл. Перший та загальний інтеграл. Кількість незалежних інтегралів. Пониження порядку систем з допомогою перших інтегралів. Системи диференціальних рівнянь у симетричній формі.	4	2	12

12	<b>Тема 9.</b> Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь. Однорідні системи. Лінійно незалежні розв'язки. Інтегральна (фундаментальна) матриця. Визначник Вронського. Формула Якобі. Однорідні лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Випадки інтегрованості лінійних систем у квадратурах. Матричний метод інтегрування однорідних стаціонарних систем. Структура фундаментальної системи розв'язків. Метод Ейлера. Неоднорідні системи. Метод варіації довільної сталої (Лагранжа), метод невизначених коефіцієнтів. Формула Коші.	4	8	12
13	<b>Тема 10.</b> Лінійні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними. Однорідні лінійні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними. Зв'язок лінійних однорідних диференціальних рівнянь з частинними похідними та систем звичайних диференціальних рівнянь в симетричній формі. Загальний розв'язок однорідного лінійного рівняння з частинними похідними. Розв'язування задачі Коші. Розв'язування неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними.	4	2	12
14	<b>Контрольна робота 3</b>		2	
<b>Частина 4. Особливі точки диференціальних рівнянь на площині. Елементи теорії стійкості. Елементи варіаційного числення.</b>				
15	<b>Тема 11.</b> Особливі точки диференціальних рівнянь на площині. Методи дослідження стійкості розв'язків диференціальних рівнянь. Особливі точки диференціальних рівнянь на площині. Поле напрямів та інтегральні криві. Основні поняття та означення стійкості за Ляпуновим. Стійкість розв'язку систем звичайних диференціальних рівнянь. Перший метод Ляпунова. Дослідження стійкості лінійних нестаціонарних систем. Стійкість розв'язку лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. Критерій Гурвіца. Дослідження стійкості за першим наближенням. Другий метод Ляпунова. Функції Ляпунова. Геометрична інтерпретація умов стійкості. Теореми Ляпунова про стійкість і асимптотичну стійкість. Теореми Четаєва і Ляпунова про нестійкість. Побудова функцій Ляпунова для лінійних стаціонарних систем.	8	8	14
16	<b>Тема 12.</b> Елементи варіаційного числення. Основні поняття варіаційного числення. Функціонали і деякі їх властивості. Приклади і класифікація задач варіаційного числення. Перша варіація функціоналу. Необхідні умови екстремуму. Основна лема варіаційного числення. Рівняння Ейлера для різних типів функціоналів. Екстремалі функціонала, що залежить від кількох функцій. Необхідні умови екстремуму для функціоналів, які залежні від похідних порядку вище першого. Умови екстремуму другого порядку. Достатні умови екстремуму функціоналів. Умовний екстремум. Задача Лагранжа. Ізопериметрична задача.	8	4	14
17				
	<b>Контрольна робота 4</b>		2	
	<b>ВСЬОГО</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>64</b>

Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:

Лекцій – 28 год.,

Практичних занять – 28 год.

Самостійної роботи – 64 год.

### Теми, винесені на самостійне вивчення:

Принципи побудови динамічних математичних моделей.  
Знаходження кривих, підозрілих на особливий розв'язок.  
Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами.  
Методи зведення диференціальних рівнянь другого порядку до рівнянь, які не містять члена з першою похідною.  
Розв'язування крайових задач за допомогою функції Гріна.  
Матричний метод інтегрування однорідних стаціонарних систем.  
Поле напрямів та інтегральні криві.  
Побудова функції Ляпунова.  
Приклади і класифікація задач варіаційного числення. Достатні умови екстремуму функціоналу.  
Виконання домашніх завдань по усім темам.

### 9. Рекомендовані джерела:

#### *Основні:*

1. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т. Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків.: Підручник. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2008. – 351 с.
2. Гаращенко Ф.Г., Харченко І.І. Збірник задач і вправ з диференціальних рівнянь. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2004. – 162 с.
3. Гудименко Ф.С., Павлюк І.А, Волкова В.О. Збірник задач з диференціальних рівнянь. – К.: Вища школа, 1972. – 156 с.
4. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Пічкур В.В., Харченко І.І. Диференціальні рівняння, варіаційне числення та їх застосування. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2016. – 250 с.
5. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. – К.: Либідь, 1994. – 328 с.
6. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2003. – 504 с.

#### *Додаткові:*

1. Хусаїнов Д.Я., Мусатенко І.В. Диференціальні рівняння: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2001. – 132 с.
2. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння: Підручник. – К.: Либідь, 2003р. – 600 с.
3. Парасюк І.О. Вступ до якісної теорії диференціальних рівнянь / І.О. Парасюк. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2005. – 88 с.
4. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В. Екстремальні задачі: Навч. посібник. К.: ВПЦ «Київський університет», 2004. – 50 с.
5. Differential equations and boundary value problems: computing and modelling. / C. Henry Edwards, David E. Penney. The University of Georgia, David Calvis, Baldwin Wallace Collage. – 5th ed., 2014. 784 p.
6. Bard Gregory V. Sage for Undergraduates / Gregory V. Bard. – American Mathematical Society, Providence, 2015.